উচ্চ মাধ্যমিক পদার্থবিজ্ঞান প্রথম পত্র
৮ম অধ্যায়: পর্যাবৃত্তিক গতি

HPQ8_1: পর্যাবৃত্তি কাকে বলে ? ব্যাখ্যা কর।

Ans: **পর্যাবৃত্তিঃ** কোন ঘটনা বা কোন কিছুর নির্দিষ্ট স্থান বা সময় পরপর পুন:রাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে পর্যায়বৃত্তি বলে। পর্যাবৃত্তি দুই ধরনের হতে পারে। যথা: স্থানিক পর্যাবৃত্তি ও কালিক পর্যাবৃত্তি।

স্থানিক পর্যাবৃত্তিঃ কোন ঘটনা বা কোন কিছুর যদি নির্দিষ্ট অবস্থান পরপর পুন:রাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে স্থানিক পর্যবৃত্তি বলে।

কালিক পর্যাবৃত্তিঃ কোন ঘটনা বা কোন কিছুর যদি নির্দিষ্ট সময় পরপর পুন:রাবৃত্তি ঘটে তবে তাকে কালিক পর্যবৃত্তি বলে।

HPQ8_2: পর্যাবৃত্ত গতি কাকে বলে?

Ans: পর্যাবৃত্ত গতিঃ যদি কোন কোন বস্তুর গতি এরূপ হয় যে, একটি নির্দিষ্ট সময় পর এটি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুকে একই দিক থেকে বারবার অতিক্রম করে তবে সেই বস্তুর গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

এগতি বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরলরৈখিক ইত্যাদি ধরনের হতে পারে। যেমন: ঘড়ির কাটার গতি, সুর্যের চারদিকে পৃথিবীর গতি।

HPQ8_3: স্পন্দন গতি বা দোলন গতি কাকে বলে?

Ans: স্পন্দন গতি বা দোলন গতিঃ পর্যাবৃত্ত গতি সম্পন্ন কোন বস্তু যদি পর্যাকালের অর্ধেক সময় একদিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে বিপরীত দিকে চলে তবে সেই বস্তুর গতিকে স্পন্দন গতি বলে। যেমন সরল দোলকের গতি।

HPQ8_4: সরল দোলন গতি বা সরল দোল গতি বা সরল ছন্দিত গতি কাকে বলে? ব্যাখ্যা কর।

Ans: সরল ছন্দিত গতিঃ পর্যাবৃত্ত গতি সম্পন্ন কোনো বস্তুর ত্বরণ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সরনের সমানুপাতীক এবং সর্বদা ঐ বিন্দু অভিমুখী হয় তাহলে ঐ বস্তুর গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।

সুতরাং সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোন কণার ত্বরণ a এবং সরণ x হলে এদের সম্পর্ক,

$a \propto -x$

বা, $a = -k'x$ [এখানে $-k'$ সমানুপাতিক ধ্রুবক]

বা, $ma = -mk'x$ [এখানে m = বস্তুর ভর]

বা, $F = -kx$ ------- (i)

এখানে ma = F = প্রত্যায়নী বল এবং $-mk' = k$ = ধ্রুবক। এই ধ্রুবককে বল ধ্রুবক বলে। অতএব বলা যায় সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বলও সরণের সমানুপাতিক। আবার ঋণ চিহ্ন প্রকাশ করে যে, ত্বরণ বা বল, সরণের সমানুপাতিক কিন্তু দিক বিপরীত দিকে অর্থাৎ সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থানের দিকে।

HPQ8_5: সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য লিখ।

Ans: সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্যঃ-

১. এটি একটি পর্যাবৃত্ত গতি।

২. এটি একটি স্পন্দন গতি।

৩. এটি একটি সরল রৈখিক গতি।

৪. এর ত্বরণ, সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী

৫. এর ত্বরণ বা বল একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অর্থাৎ সাম্যাবস্থান বা মধ্যাবস্থান অভিমুখী।

HPQ8_6: সরল ছন্দিত গতি সংশ্লিষ্ট নিম্নোক্ত রাশিগুলো সংজ্ঞা লিখ।

(ক) পুর্ণ স্পন্দন বা পুর্ণ কম্পন (খ) পর্যায়কাল (গ) কম্পাঙ্ক (ঘ) বিস্তার (ঙ) দশা

Ans:

(ক) পুর্ণ স্পন্দন বা পুর্ণ দোলনঃ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণা একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে আবার একই পথে সেই বিন্দুতে ফিরে আসলে সম্পুর্ণ চক্র-কে পুর্ণ স্পন্দত বা পুর্ণ কম্পণ বা পুর্ণ দোলন বলে।

(খ) পর্যায়কালঃ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণা একটি পুর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন করার সময়কে পর্যায়কাল (T) বলে।

(গ) কম্পাঙ্কঃ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণা একক সময়ে যত সংখ্যক পুর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন করে তাকে কম্পঙ্ক (f) বলে।

(ঘ) বিস্তারঃ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণা সাম্যাবস্থান থেকে যেকোন একদিকে সর্বাদিক যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে বিস্তার বলে।

(ঙ) দশাঃ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার যে কোনো মুহুর্তের গতির সম্যক অবস্থাকে দশা বলে । এখানে সম্যক অবস্থা বলতে কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদিকে বুঝায় ।

HPQ8_7: সরল ছন্দিত গতির অন্তরক বা ব্যবকলনীয় সমীকরণ বের কর।

Ans: মনেকরি m ভরের একটি কণা সরল ছন্দিত গতিশীল। t সময়ে কণাটির সরণ x হলে,

বেগ, $v = \frac{dx}{dt}$ এবং ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$

যেহেতু সরল ছন্দিত গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে ত্বরণ বা বল সরনের সমানুপাতিক সেহেতু

$$F \propto -x$$

বা, $ma = -kx$ [এখানে k সমানুপাতিক ধ্রুবক একে বল ধ্রুবক বলে]

বা, $m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$

বা, $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$

বা, $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ [যেহেতু কৌণিক বেগম $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$]

বা, $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ ----------- (i)

এই সমীকরণ কে সরল ছন্দিত গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণ বলে।

HPQ8_8: সরল ছন্দিত গতির অন্তরক বা ব্যবকলনীয় সমীকরনের সমাধান বের কর।

Ans: আমরা জানি সরল ছন্দিত গতিশীল কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ-

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

উভয় পক্ষকে $2\frac{dx}{dt}$ দ্বারা গুণ করে পাই।

$$2\frac{dx}{dt} \times \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x \times 2\frac{dx}{dt} = 0$$

বা, $2v \times \frac{dv}{dt} + \omega^2 x \times 2\frac{dx}{dt} = 0$ [যেহেতু বেগ, $v = \frac{dx}{dt}$ এবং ত্বরণ, $a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$]

বা, $2v.dv + \omega^2.2x.dx = 0$

বা, $\int 2v.dv + \omega^2 \int 2x.dx$ =

বা, $v^2 + \omega^2 x^2$ = C .... (i) [এখানে C একটি সমাকলন ধ্রুবক]

যখন $x = A$ তখন v = 0 সেক্ষেত্রে (i) নং হতে C = $\omega^2 A^2$

সুতরাং (i) নং হতে,

$v^2 + \omega^2 x^2$ = $\omega^2 A^2$

বা, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

বা, $\frac{dx}{dt}$ = $\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

বা, $\frac{dx}{\sqrt{A^2-x^2}}$ = $\omega.dt$

বা, $\int \frac{dx}{\sqrt{A^2-x^2}}$ = $\omega \int dt$

বা, $sin^{-1}\frac{x}{A}$ = $\omega t + \delta$ [এখানে δ একটি সমাকলন ধ্রুবক, একে আদিদশা বলে]

বা, $\frac{x}{A}$ = sin $(\omega t + \delta)$

বা, $x = A \sin(\omega t + \delta)$

ইহা সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরনের সমাধান।

HPQ8_9: সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার পর্যায়কাল রাশিমালা কর।

Ans: পর্যায়কালঃ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কোনো কণা একটি পূর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে তাকে তার পর্যায়কাল বলে।

সরল দোলন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরনের একটি সমাধান বা সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ-

$x = A\sin(\omega t + \delta)$ ------------ (i)

(i) নঃ এ t কে $\frac{2\pi}{\omega}$ পরিমান বৃদ্ধি করে আমরা পাই,

$$x' = A\sin\left[\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \delta\right] = A\sin[\omega t + 2\pi + \delta] = A\sin[2\pi + (\omega t + \delta)] = A\sin(\omega t + \delta)$$

$\therefore\ x' = x$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় পরপর রাশিটির পুনরাবৃত্তি ঘটছে। অর্থাৎ $\frac{2\pi}{\omega}$ হচ্ছে সরল দোলন গতির পর্যায়কাল (T)

$\therefore$ T = $\frac{2\pi}{\omega}$

বা, T = $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ---------- (ii) [যেহেতু $\omega^2 = \frac{k}{m}$]

ইহাকে পর্যায়কাল ও বলধ্রুবকের সম্পর্কও বলে।

HPQ8_10: সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার কম্পাঙ্ক রাশিমালা বের কর।

Ans: কম্পাংক: সরল দোলনগতি সম্পন্ন কণা একক সময়ে যত সংখ্যক পূর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন করে তাকে তার কম্পাংক বলে।

আমরা জানি,

কম্পাংক, $f = \frac{1}{T}$ = $\frac{\omega}{2\pi}$ = $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

HPQ8_11: সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার কৌণিক কম্পাঙ্ক রাশিমালা বের কর।

Ans: কৌণিক কম্পাংকঃ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাংক বলে।

কোন কণার পর্যায়কাল T হলে কৌণিক কম্পাংক,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \times \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad [\therefore T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}]$$

$$= \sqrt{\frac{k}{m}}$$

HPQ8_12: সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার দশা ব্যাখ্যা করো।

Ans: দশাঃ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার যে কোনো মুহূর্তের গতির সম্যক অবস্থাকে দশা বলে। এখানে সম্যক অবস্থা বলতে কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদিকে বুঝায়। সরল দোলন গতির ব্যবকলনী সমীকরণ $x = A\sin(\omega t+\delta)$ এ $(\omega t+\delta)$ হচ্ছে গতির দশা। ধ্রবক δ হলো দশা ধ্রবক বা আদি দশা। একই কম্পাংক ও বিস্তারের জন্য ভিন্ন ভিন্ন দশার গতি বিভিন্ন হতে পারে।

যেমন $\delta = 0^0$ হলে, $x = A\sin(\omega t+\delta)$ বা, $x = A\sin(\omega t+0^0)$ বা, $x = A\sin\omega t$

এখন t = 0 হলে x = 0। অর্থাৎ এই দশায় কণাটি সাম্যাবস্থান থেকে যাত্রা শুরু করে।

আবার $\delta = 90^0$ হলে, $x = A\sin(\omega t+\delta)$ বা, $x = A\sin(\omega t+90^0)$ বা, $x = A\cos\omega t$

এখন t = 0 হলে x = A। অর্থাৎ এই দশায় কণাটি একপ্রান্ত থেকে যাত্রা শুরু করে।

HPQ8_13: সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগের রাশিমালা বের কর।

Ans: আমরা জানি সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার সরণ,

$$x = A\sin(\omega t+\delta)$$

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\{A\sin(\omega t+\delta)\} = A\omega\cos(\omega t+\delta)$

$$= A\omega\sqrt{1-sin^2(\omega t+\delta)}$$

$$= A\omega\sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}}$$

$$= \omega\sqrt{A^2-x^2} \text{ --------- (i)}$$

(i) নং হতে দেখা যায় যে, বেগ সরণ x এর উপর নির্ভরশীল।

যখন x= 0 তখন বেগ $v = \omega\sqrt{A^2-0^2} = \omega A$ এটি বেগের সর্বোচ্চ মান।

সুতরাং $v_{max} = \omega A$। অর্থাৎ সাম্যাবস্থানে বা মধ্যস্থানে বেগের মান সর্বোচ্চ।

আবার যখন x= A তখন বেগ $v = \omega\sqrt{A^2-A^2} = 0$ এটি বেগের সর্বনিম্ন মান।

সুতরাং $v_{min} = 0$। অর্থাৎ একপ্রান্তে বেগের মান সর্বনিম্ন।

HPQ8_14: সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার ত্বরনের রাশিমালা বের কর ।

Ans: সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার বেগ,

$$v = A\omega \cos(\omega t + \delta)$$

∴ ত্বরণ, $a = \frac{d}{dt}\{A\omega \cos(\omega t + \delta)\} = -\omega^2 A sin(\omega t + \delta)$

বা, $a = -\omega^2 x$ ------- (i)

(i) নং হতে দেখা যায় যে, ত্বরণ সরণ x এর উপর নির্ভরশীল।

যখন x= 0 তখন ত্বরণ a = $-\omega^2 \times 0$ = 0 এটি ত্বরণের সর্বনিম্ন মান।

সুতরাং $a_{min} = 0$ । অর্থাৎ সম্যাবস্থানে বা মধ্যস্থানে ত্বরণের মান সর্বনিম্ন।

আবার যখন x= A তখন a = $-\omega^2 \times A$ = $-\omega^2 A$ এটি ত্বরণের সর্বোচ্চ মান।

সুতরাং $a_{max} = -\omega^2 A$ । অর্থাৎ একপ্রান্তে ত্বরণ সর্বোচ্চ

HPQ8_15: সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার সরণ, বেগ, ত্বরণের সর্বোচ্চ মান লিখ।

Ans: সর্বোচ্চ সরণ, $x_{max} = A$

সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max} = \omega A$

সর্বোচ্চ ত্বরণ, $a_{max} = -\omega^2 A$

HPQ8_16: সরল দোলন গতি সম্পন্ন কণার শক্তির রাশিমালা সমূহ বের কর।

Ans: বিভবশক্তিঃ সরল দোলন গতি সম্পন্ন কনার ভর m, সরণ x হলে প্রত্যায়নী বল F = -kx । সুতরাং বস্তুটিকে x=0 থেকে x=x যেতে বিপরীতমুখী বল $F' = kx$ এবং এই বল দ্বারা কৃতকাজ হলো বস্তুর সঞ্চিত বিভবশক্তি।

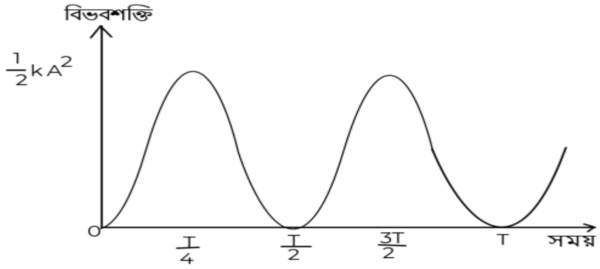
∴ বিভব শক্তি U $= \int_0^x kx\, dx$

$= k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x$

$= \frac{1}{2}kx^2$

$= \frac{1}{2}kA^2 sin^2(\omega t + \delta)$ ---------- (i) [যেহেতু $x = A\sin(\omega t + \delta)$]

আমরা জানি, $sin^2(\omega t + \delta)$ সর্বোচ্চ মান 1 । কাজেই (i) নং অনুযায়ী কণার সর্বোচ্চ বিভবশক্তি $\frac{1}{2}kA^2$ এবং গতিকালে কণাটির বিভবশক্তি শূণ্য থেকে সর্বোচ্চ এই মানে পরিবর্তীত হয়। (i) নং δ = 0 অর্থাৎ সম্যাবস্থান থেকে বিভবশক্তির পরিবর্তন নিম্নোক্ত লেখচিত্রে দেখানো হলো-



গতিশক্তিঃ যেকোন মুহূর্তে কণাটির গতিশক্তি,

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

কিন্তু $x = A\sin(\omega t + \delta)$

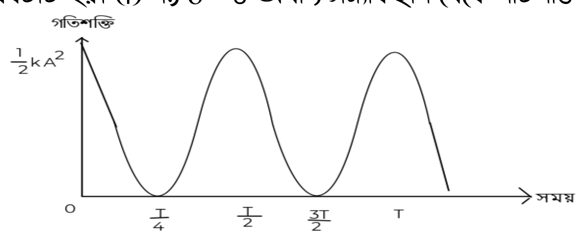
$\therefore v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \delta)$

$\therefore$ গতিশক্তি, K $= \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}mA^2\omega^2 cos^2(\omega t + \delta)$

$= \frac{1}{2}kA^2 cos^2(\omega t + \delta)$ -------- (ii)

আমরা জানি, $cos^2(\omega t + \delta)$ সর্বোচ্চ মান 1 । কাজেই (i) নং অনুযায়ী কণার সর্বোচ্চ গতিশক্তি $\frac{1}{2}kA^2$ এবং গতিকালে কণাটির গতি শক্তি শূণ্য থেকে সর্বোচ্চ এই মানে পরিবর্তীত হয়। (i) নং δ = 0 অর্থাৎ সম্যাবস্থান থেকে গতিশক্তির পরিবর্তন নিম্নোক্ত লেখচিত্রে দেখানো হলো-



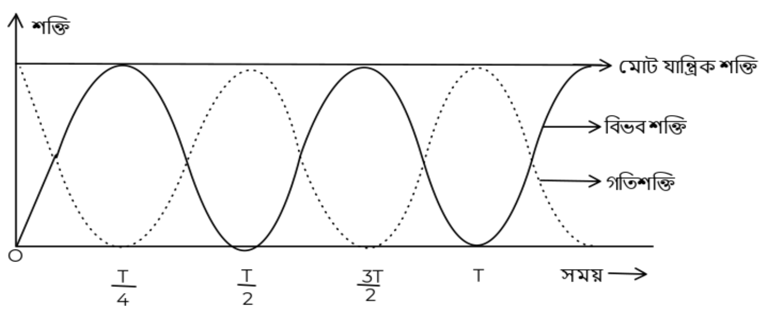
মোট যান্ত্রিক শক্তিঃ

কণাটির মোট শক্তি, E $= U + K$

$= \frac{1}{2}kA^2 sin^2(\omega t + \delta) + = \frac{1}{2}kA^2 cos^2(\omega t + \delta)$

$= \frac{1}{2}kA^2$ ----------- (iii)

এখানে বল ধ্রবক k এবং বিস্তার A ধ্রব সংখ্যা। সুতরাং মোট শক্তি মোট যান্ত্রিক শক্তি E একটি ধ্রুব সংখ্যা। মোট যান্ত্রিক শক্তি নিচের লেখচিত্রে দেখানো হলো।



এ লেখচিত্রটি আদি দশা δ = 0 অর্থাৎ কণাটির গতিকাল সম্যাবস্থান থেকে শুরু করা হয়েছে। ফলে বিভব শক্তি $U = \frac{1}{2}kA^2 sin^2\omega t$ এবং গতিশক্তি $K = \frac{1}{2}kA^2 cos^2\omega t$ এবং মোট শক্তি $E = \frac{1}{2}kA^2$ । চিত্রে (-) রেখা দ্বারা বিভবশক্তি, (...) রেখা দ্বারা গতিশক্তি এবং শীর্ষে নিরেট রেখা দ্বারা মোট যান্ত্রিক শক্তি বুঝানো হয়েছে। লক্ষ্য করি-

t = 0 সময়ে বিভবশক্তি, $U = \frac{1}{2}kA^2 sin^2(\omega \times 0) = 0$

গতিশক্তি, K = $\frac{1}{2}kA^2cos^2(\omega \times 0)$ = $\frac{1}{2}kA^2 \times 1$ = $\frac{1}{2}kA^2$

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি E = 0 + $\frac{1}{2}kA^2$ = $\frac{1}{2}kA^2$

t = $\frac{T}{4}$ সময়ে
বিভবশক্তি, U= $\frac{1}{2}kA^2sin^2\left(\omega \times \frac{T}{4}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2$

গতিশক্তি, K = $\frac{1}{2}kA^2cos^2\left(\omega \times \frac{T}{4}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2 \times 0$ = 0

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি E = $\frac{1}{2}kA^2 + 0$ = $\frac{1}{2}kA^2$

t = $\frac{T}{2}$ সময়ে
বিভবশক্তি, U= $\frac{1}{2}kA^2sin^2\left(\omega \times \frac{T}{2}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2sin^2(\pi)$ = 0

গতিশক্তি, K = $\frac{1}{2}kA^2cos^2\left(\omega \times \frac{T}{2}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{2}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2 \times 1$ = $\frac{1}{2}kA^2$

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি E = 0 + $\frac{1}{2}kA^2$ = $\frac{1}{2}kA^2$

t = $\frac{3T}{2}$ সময়ে
বিভবশক্তি, U= $\frac{1}{2}kA^2sin^2\left(\omega \times \frac{3T}{4}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{3T}{4}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2sin^2\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2$

গতিশক্তি, K = $\frac{1}{2}kA^2cos^2\left(\omega \times \frac{3T}{4}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{3T}{4}\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2 \times 0$ = 0

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি E = $\frac{1}{2}kA^2 + 0$ = $\frac{1}{2}kA^2$

t = T সময়ে
বিভবশক্তি, U= $\frac{1}{2}kA^2sin^2(\omega \times T)$ = $\frac{1}{2}kA^2sin^2\left(\frac{2\pi}{T} \times T\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2sin^2(2\pi)$ = 0

গতিশক্তি, K = $\frac{1}{2}kA^2cos^2(\omega \times T)$ = $\frac{1}{2}kA^2cos^2\left(\frac{2\pi}{T} \times T\right)$ = $\frac{1}{2}kA^2 \times 1$ = $\frac{1}{2}kA^2$

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি E = 0 + $\frac{1}{2}kA^2$ = $\frac{1}{2}kA^2$

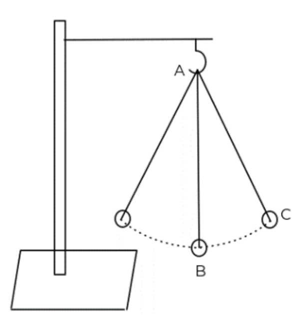
$\therefore$ সর্বত্রই যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত হয় এবং মোট যান্ত্রিক শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক

HPQ8_17: সরল দোলক কাকে বলে? একটি সরল দোলকের বর্ণনা দাও।

Ans: সরল দোলকঃ একটি ভারি আয়তনহীন বস্তুকণাকে ওজনহীন, নমনীয় ও অপ্রসারণশীল সুতা দিয়ে ঝুলিয়ে দিলে এটি যদি ঘর্ষণ এড়িয়ে স্বাধীনভাবে উলম্বতলে দুলতে পারে তবে তাকে সরল দোলক বলে।

কিন্তু বাস্তবে এ রকম সরল দোলক অসম্ভব। গাণিতিক সুবিধার জন্য এটি কেবল কল্পনা করা হয়। একটি হালকা সুতার সাহায্যে কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে একটি ভারি বস্তু ঝুলিয়ে দিলে যদি এটি ইতস্তত দুলতে থাকে তবে সুতা সমেত বস্তুটিকে সরল দোলক বলে।

সরল দোলকের বর্ণনাঃ পার্শ্বে চিত্রে একটি সরল দোলক দেখানো হলো-



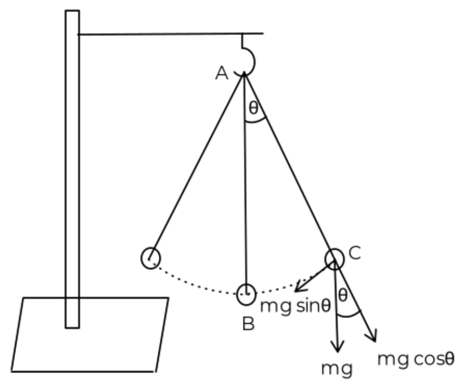
ববঃ যে ভারি বস্তু সুতার সাহায্যে ঝুলিয়ে দেয়া হয় তাকে বব বলে। চিত্রে B হলো বব।

ঝুলন বিন্দুঃ যে বিন্দু থেকে সুতার সাহায্যে বব-কে ঝুলিয়ে দেওয়া হয় তাকে ঝুলন বিন্দু বলে। চিত্রে A হলো ঝুলন বিন্দু।

কার্যকরী দৈর্ঘ্যঃ ঝুলন বিন্দু থেকে ববে ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্ব-কে কার্যকরী দৈর্ঘ্য বলে। একে L দ্বারা সুচিত করা হয়। L = সুতার দৈর্ঘ্য + ববের ব্যাসার্ধ = $l + r$

HPQ8_18: সরল দোলকের গতি ব্যাখ্যা কর। সরল দোলকের দোলনকালের রাশিমালা বের কর।

Ans: মনেকরি একটি সরলদোলকের ববের ভর m এবং কার্যকরী দৈর্ঘ্য L । ধরি কোনো একমুহূর্তে এটি সাম্যাবস্থান AB থেকে θ কোণে AC অবস্থানে আসে। C বিন্দুতে এর ওজন mg খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করবে। ওজন mg উপাংশদ্বয় $mg\ cos\theta$ ও $mg\ sin\theta$ এর মধ্যে $mg\ cos\theta$ সুতার টান দ্বারা প্রশমিত হবে এবং $mg\ sin\theta$ ববকে সাম্যাবস্থানের দিকে গতি



সুতরাং প্রত্যায়নী বল, F = $-mg\ sin\theta$ [এখানে সরণ বিপরীত দিকে তাই ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে]

বা, ma = $-mg\ sin\theta$

বা, a = $-g\ sin\theta$

θ এর মান খুব কম হলে অর্থাৎ 4^0 এর কম হলে $sin\theta = \theta\ (রেডিয়ান) = \frac{BC}{AC}$

সেক্ষেত্রে-

a = $-g\ \frac{BC}{AC}$

বা, a = $-g\ \frac{x}{L}$ [এখানে BC = সরণ x এবং AC = কার্যকরী দৈর্ঘ্য = L]

বা, a = $-\frac{g}{L} \times x$

নির্দিষ্ট স্থানে নির্দিষ্ট সরল দোলকের জন্য $\frac{g}{L}$ একটি ধ্রুবক । একে ω^2 দ্বারা প্রকাশ করলে আমরা পাই।

a = $-\omega^2 \times x$

বা, $a \propto -x$

সুতরাং স্বল্প বিস্তারে সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি।

পর্যায়কালঃ

এখানে $\omega^2 = \frac{g}{L}$ সুতরাং $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

$\therefore$ পর্যায় কাল, T = $\frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

HPQ8_19: সরল দোলকের সূত্রাবলী লিখ।

Ans: **প্রথম সূত্র-সমকাল সূত্রঃ** কৌণিক বিস্তার অল্প হলে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে।

দ্বিতীয় সূত্র- দৈর্ঘ্যের সূত্রঃ কৌণিক বিস্তার অল্প হলে, নির্দিষ্ট স্থানে এর দোলন কাল (T) , কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L) এর বর্গমুলের সমানুপাতিক।

অর্থাৎ $T \propto \sqrt{L}$ যখন g ধ্রুব।

তৃতীয় সূত্র- ত্বরণের সূত্রঃ কৌণিক বিস্তার অল্প হলে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে এর দোলন কাল (T) , অভিকর্ষজ ত্বরনের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক।

অর্থাৎ $T \propto \sqrt{\frac{1}{g}}$ যখন L ধ্রুব।

চতুর্থ সূত্র-ভরের সূত্রঃ কৌণিক বিস্তার অল্প হলে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল এর ববের ভর, আয়তন, উপাদানের উপর নির্ভর করে না।

HPQ8_20: সরল দোলকের সাহায্যে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর।

Ans: **নিকা**

HPQ8_21: সরল দোলকের সাহায্যে পাড়াহের উচ্চতা নির্ণয় কর।

Ans: ধরাযাক, পাহাড়ের পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g

পাহাড়ের চুড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ = g'

পৃথিবীর ভর = M

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R

পাহাড়ের উচ্চতা = h

সুতরাং g = $\frac{gM}{R^2}$ --------- (i)

$g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$ -------- (ii)

(i) নং কে (ii) দ্বারা ভাগ করে পাই-

$$\frac{g}{g'} = \frac{(R+h)^2}{R^2}$$

বা, $\sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{R+h}{R} = 1 + \frac{h}{R}$

বা, $h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right) \times R$ ------- (iii)

আবার পাহাড়ের পাদদেশে দোলকটির দোলনাকাল T এবং পাহাড়ের চুড়ায় দোলনকাল T' হলে-

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \text{ এবং } T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}$$

সুতরাং , $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$

∴ (iii) নং হতে-

$$h = \left(\frac{T'}{T} - 1\right) \times R \text{ -------- (iv)}$$

পাহাড়েরর পাদদেশে ও চুড়ায় সরল দোলকটি দোলনকাল নির্ণয় করে (iv) নং দ্বারা পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়।

HPQ8_22: সেকেন্ড দোলক কাকে বলে? সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

Ans: **সেকেন্ড দোলকঃ** যে সরল দোলকের দোলনকাল বা পর্যায়কাল দুই সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যঃ

আমরা জানি, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

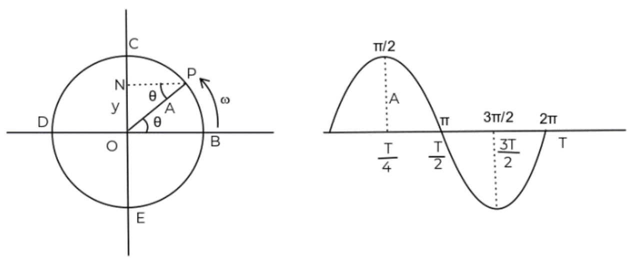
বা, $2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ [যেহেতু দোলনকাল T = 2 S]

বা, $L = \frac{g}{\pi^2}$

সুতরাং সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক।

HPQ8_23: সরল দোলন গতি ও বৃত্তাকার গতির সম্পর্ক বের কর।

Ans: সরল দোলন গতি ও বৃত্তাকার গতির সম্পর্কঃ



মনেকরি একটি বস্তুকণা B বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে A ব্যাসার্ধের BCDE বৃত্তাকার পথে ঘড়ির কাটার বিপরীতে ω সমকৌণিক বেগ ঘুরছে। ধরি t সময় পর কণাটি θ কৌণিক সরনে P বিন্দুতে অবস্থান করে। P থেকে COE ব্যাসের উপর PN লম্ব আঁকি। N হবে লম্বটির পাদবিন্দু। ধরি ON=y তাহলে-

$y = OP\ sin\theta$

বা, $y = A\ sin\theta$

বা, $y = A\ sin\omega t$ [যেহেতু $\theta = \omega t$]

P বিন্দুটি যখন বৃত্তাকার পথে ঘরে তখন পাদবিন্দু N ব্যাস COE বরাবর স্পন্দিত হতে থাকে।

সুতরাং কণাটির বেগ,

$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(A\ sin\omega t) = A\omega\ cos\omega t$

কণাটির ত্বরণ,

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(A\ cos\omega t) = -A\omega^2\ sin\omega t$

বা, $a = -\omega^2\ y$

বা, $a \propto -y$

সুতরাং দেখা যায় যে, কণাটির ত্বরণ সরনের সমানুপাতীক ও বিপরীতমুখী। অর্থাৎ পাদবিন্দু N এর গতি সরল দোলন গতি। লক্ষ করলে দেখা যাবে যে, কণাটি যখন BCDEB পথে বৃত্তাকার পথে একবার ঘুরে আসে তখন পাদবিন্দু N ব্যাস OCOEO বরাবর চক্র সম্পন্ন করে।

সুতরাং সম্পূর্ণ চক্রটির পর্যায়কাল,

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

উপরের বর্ণনানুসারে পাদবিন্দু N এর গতি-

(ক) পর্যাবৃত্ত গতি

(খ) সরল রৈখিক গতি

(গ) ত্বরণ সরনের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী

সুতরাং পাদবিন্দুর গতি সরল দোলন গতি।